ANR FAUTOCOES. Tâche 2.

1. Rappel du modèle du cas test du réservoir.

Le contexte de l'étude est le suivant. On considère un réservoir qui contient un liquide caractérisé par deux paramètres : sa hauteur dans le réservoir et sa température. Trois unités de commande sont associées au réservoir et permettent d'agir sur ces deux paramètres: deux unités (notées 1 et 2) permettent d'ajouter du liquide et une unité (notée 3) permet d'en enlever. Chaque unité possède 4 états possibles : ouvert (O), fermé (F), ouvert bloqué (Ob) et fermé bloqué (Fb). Les états dans lesquel se trouvent les trois unités constituent la troisième variable d'ajustement du système. Afin de maintenir le système dans un état d'équilibre, deux lois de commande agissent sur celui-ci. La première, notée L^1, agit dès que que le niveau du liquide est inférieur ou égale à 6 mètres et met les vannes dans l'état (O,O,F), sous réserve que les vannes ne soient pas bloquées (dans la notation précédente, les deux lettres 0 correspondent aux unités 1 et 2 et la lettre F à l'unité 3). La seconde loi L^2 agit lorsque le niveau dépasse 8 mètres et met le système dans l'état (F,F,O). En cas de panne des vannes, s'il y a franchissement de frontières, les unités bloquées n'obéissent plus aux lois de commande. Il y a donc possibilité d'assèchement (hauteur du liquide inférieure ou égale à 4 mètres) ou de débordement (hauteur supérieure ou égale à 8 mètres) et le système se bloque. On considère de plus qu'un troisième évènement est capable de bloquer le système : la surchauffe du liquide (température supérieure ou égale à 100 C).

2. Modélisation, schéma numérique et résultats.

On s'intéresse au calcul de la probabilité de panne par surchauffe. L'évolution du système du réservoir est régit par un système de 36 équations aux dérivées partielles (correspondant aux 36 états possibles du système) couplées entre elles par les paramètres h (hauteur du liquide dans le réservoir), θ (température du liquide) et m (paramètre qui décrit le mode dans lequel se trouvent les trois unités 1,2 et 3). Parmi ces 36 états, seuls 17 conduisent à la panne recherchée. Ces équations sont de types équations de transport dont les termes de couplages apparaissent soit dans les termes sources soit dans les données initiales. D'un point de vue numérique, le réservoir est discrétisé à l'aide d'une grille cartésienne régulière fixe. Une bonne partie des équations est résolue sur cette grille cartésienne avec un schéma de Runge-Kutta d'ordre 4. Les autres demandent cependant un traitement plus délicat. En effet, elles nécessitent d'être résolues en suivant les courbes caractéristiques. Ces dernières n'intersectent pas nécessairement la grille cartésienne au point du maillage, il est donc nécessaire d'effectuer des interpolations pour calculer les termes sources. Notons de plus la présence de deux modes particuliers correspondant aux états (Fb,O,F) (noté m_{24}) et (Fb,F,O) (noté m_{27}). Ces deux modes "bouclent" entre eux : partant de l'état m_{27}, le système bascule dans le mode m_{24} par la loi de commande L^1, puis revient dans le mode m_{27} par L^2 et ainsi de suite. On défini par récurrence avec ce procédé une suite de courbes sur lesquelles le système est gouverné alternativement par les modes m_{27} et m_{24}. Les équations gouvernant les modes m_{24} et m_{27} sont aussi résolues, après réécriture suivant les caractéristiques, par un schéma de Runge-Kutta d'ordre 4 (voir le rapport à 18 mois pour la construction des courbes caractéristiques).

Après convergence des schémas numériques, la probabilité de surchauffe que l'on souhaitait calculer est de 0.13. Voici pour terminer quelques exemples de courbes.

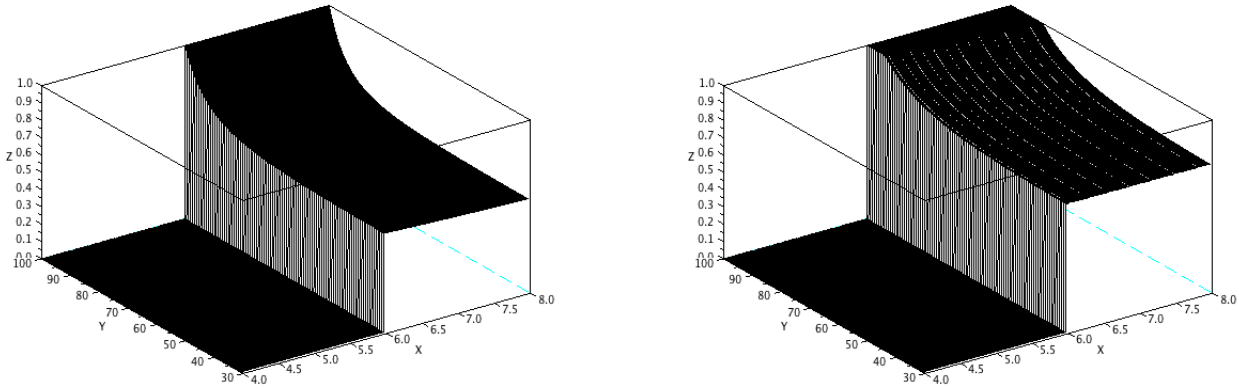

Figure 1: Tracé des modes f29 (à gauche) et f35 (à droite).

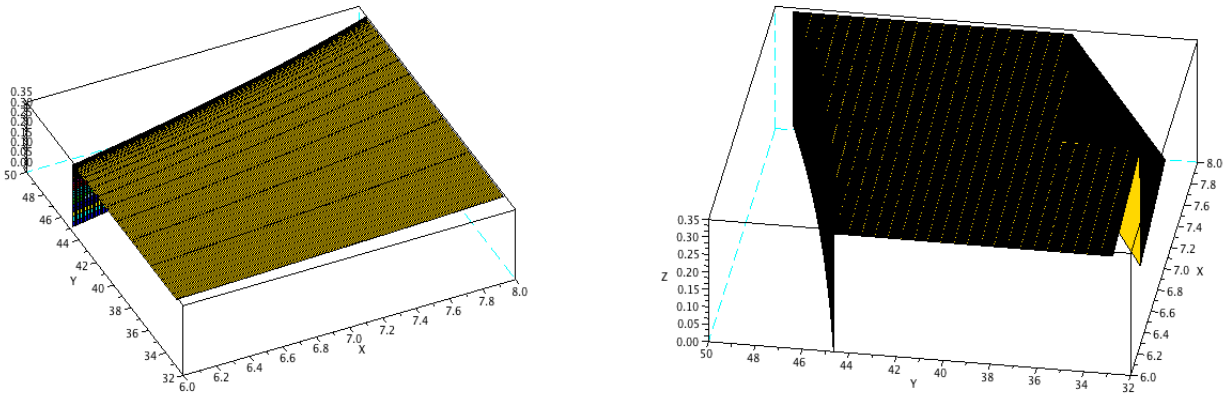

Figure 2: Tracé des modes f24 (à gauche) et f27 (à droite).